

Penerapan Model Antrian dalam Optimisasi Pelayanan Registrasi BPJS Murni Teguh

Implementation of Queueing Models in Optimizing BPJS Murni Teguh Registration Service

Wisely^{a,1}, Mardiningsih^{a,2}

^aUniversitas Sumatera Utara, Jl. Dr. T. Mansyur no. 9 Padang Bulan, Medan, 20155, Indonesia
wisely.x@yahoo.com¹, mardiningsih.math@gmail.com²

ABSTRAK

Antrian adalah fenomena sehari-hari yang sangat umum, seperti yang terjadi pada bagian registrasi pasien BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital. Antrian pada bagian registrasi tersebut lumayan panjang, terutama pada saat pukul 07.00 – 12.00 WIB. Pada fasilitas pelayanan, panjang antrian akan mempengaruhi tingkat kepuasan pelanggan. Oleh karena itu, antrian yang panjang harus dijaga pada tingkat tertentu sehingga orang yang mengantri tidak menunggu terlalu lama. Hal ini dapat dilakukan dengan menerapkan model antrian. Tujuan penelitian ini adalah untuk menerapkan model antrian untuk menentukan jumlah anjungan yang optimal untuk bagian registrasi BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital. Pengambilan data dilakukan di bagian registrasi BPJS selama 11 hari yang dilakukan dari pukul 07.00 – 12.00 WIB untuk 6 hari pertama serta dari pukul 12.00 – 17.00 WIB untuk 5 hari setelahnya. Data yang dicatat berupa waktu kedatangan pasien, waktu pasien mulai dan selesai dilayani, serta nomor anjungan tempat pasien dilayani. Berdasarkan jumlah kedatangan pasien per hari, data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data 5 hari pertama. Dari uji kecukupan data, dapat disimpulkan bahwa data yang digunakan telah cukup. Hasil uji kesesuaian distribusi adalah kedatangan pasien berdistribusi Poisson dan laju kedatangan pasien berdistribusi eksponensial sehingga sistem antrian di bagian registrasi BPJS dapat dimodelkan oleh model antrian Poisson. Setelah diterapkan model antrian $(M/M/c):(GD/\infty/\infty)$, diperoleh jumlah anjungan yang optimal untuk bagian registrasi BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital pada pukul 07.00 – 12.00 WIB selama bulan Juni sampai Juli 2022, yaitu 4 anjungan untuk hari Senin dan Selasa serta 3 anjungan untuk hari Rabu, Kamis, dan Jumat.

Kata Kunci : sistem antrian, model antrian $(M/M/c):(GD/\infty/\infty)$

ABSTRACT

Queueing is a common daily phenomenon, as happened in the registration counter of BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital. The queue is quite long, especially at 07.00 – 12.00 WIB. In service operations, the queue length will affect the level of customer satisfaction. Therefore, a long queue should be kept at certain level so that customers do not wait too long. This can be achieved by applying queueing model. The purpose of this research is to apply queueing models to determine the optimal number of counters for the registration counter of BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital. Data was collected in the registration counter of BPJS for 11 days which is conducted at 07.00 – 12.00 WIB for the first 6 days and 12.00 – 17.00 WIB for the next 5 days. The data includes patient arrival time, the time when the service begins and finishes, and the counter's number which the patients are served. Based on the number of patients arriving each day, the data of the first 5 days will be used in this research. From the data sufficiency test, it can be concluded that the data for this research is enough. Goodness of fit test shows that patient arrivals are Poisson distributed and the patient service times are exponentially distributed and hence the queueing system in the registration counter can be modelled by Poisson queueing model. Application of $(M/M/c):(GD/\infty/\infty)$ model shows that the optimal number of counters in the registration counter of BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital in June and July 2022 at 07.00 – 12.00 WIB is 4 counters in Monday dan Tuesday, and 3 counters in Wednesday, Thursday, and Friday.

Keywords : queueing system, $(M/M/c):(GD/\infty/\infty)$ queueing model

Info Artikel :

Disubmit: 09 Oktober

Direview: 08 November

Diterima : 20 Desember

1. PENDAHULUAN

Antrian adalah fenomena sehari-hari yang sangat umum [1]. Antrian dapat terjadi dalam aktivitas yang menghasilkan pelayanan maupun produk [2] karena terdapat banyak pelanggan yang ingin dilayani, sedangkan jumlah pelayan yang ada terbatas [3]. Antrian yang panjang terjadi jika laju pelayanan lebih lambat dibandingkan dengan laju kedatangan pelanggan [4]. Pada fasilitas pelayanan, panjang antrian akan mempengaruhi tingkat kepuasan pelanggan [5]. Oleh karena itu, antrian yang panjang harus dijaga pada tingkat tertentu sehingga pelanggan tidak merasa bahwa mereka menunggu terlalu lama [1]. Hal ini dapat dilakukan dengan menerapkan model antrian [5].

Model antrian dapat digunakan untuk mengoptimalkan antrian [6]. Terdapat banyak sekali variasi yang mungkin, tetapi terdapat beberapa model antrian yang lebih sering digunakan, seperti model antrian (M/M/1) dan model antrian (M/M/c) [7].

BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital buka dari hari Senin sampai hari Sabtu. Registrasi pasien BPJS tersebut dapat dilakukan mulai dari pukul 07.00 WIB sampai pukul 17.00 WIB untuk hari Senin sampai hari Jumat. Sementara itu, untuk hari Sabtu, registrasi pasien BPJS hanya dapat dilakukan dari pukul 07.00 WIB sampai pukul 12.00 WIB. Berdasarkan observasi, antrian di bagian registrasi BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital yang berada di Gang Buntu, Kecamatan Medan Timur, Kota Medan, Provinsi Sumatera Utara lumayan panjang, terutama pada saat jam sibuk. Banyak pasien yang datang ke BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital pada pagi hari, dari pukul 07.00 WIB sampai dengan pukul 12.00 WIB. Dalam peraturan Menteri Kesehatan RI Nomor 129/Menkes/SK/II/2008, telah ditetapkan bahwa standar pelayanan registrasi pasien adalah maksimal 10 menit [8]. Sementara itu, berdasarkan observasi yang telah dilakukan, terdapat banyak pasien yang memerlukan waktu lebih dari 10 menit untuk registrasi. BPJS tersebut harus memastikan panjang antrian terjaga agar pasien tidak menunggu terlalu lama sehingga tingkat kepuasan pasien terhadap pelayanan registrasi BPJS tersebut tidak rendah. Dengan demikian, diadakan penelitian untuk menganalisis masalah antrian tersebut dengan menerapkan model antrian sehingga diperoleh jumlah anjungan yang optimal untuk bagian registrasi BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital. Penentuan sistem antrian optimal dalam penelitian ini dilakukan berdasarkan rata-rata lama waktu pasien berada di dalam sistem antrian, yaitu maksimal 10 menit. Diharapkan penelitian ini dapat dijadikan saran untuk menyelesaikan masalah antrian di tempat registrasi BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital.

2. METODE

A. Tempat dan Waktu Penelitian

Penelitian dilakukan di bagian registrasi pasien BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital. Berdasarkan pengamatan yang dilakukan, antrian di bagian registrasi BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital lebih panjang pada pukul 07.00 WIB sampai 12.00 WIB. Sementara itu, pada pukul 12.00 WIB sampai dengan pukul 17.00 WIB, bagian registrasi BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital sudah mulai sepi. Dengan demikian, penelitian ini akan dilakukan selama 2 minggu. Pada minggu pertama, data diambil pada pukul 07.00 WIB sampai dengan pukul 12.00 WIB selama 6 hari, yaitu dari hari Senin sampai Sabtu. Sementara itu, karena BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital hanya buka pukul 07.00 WIB sampai dengan pukul 12.00 WIB pada hari Sabtu, maka, pada minggu kedua, data akan diambil pada pukul 12.00 WIB sampai dengan pukul 17.00 WIB hanya selama 5 hari, yaitu dari hari Senin sampai hari Jumat.

Penelitian ini dilakukan pada tanggal 27 Juni 2022 sampai tanggal 8 Juli 2022. Pada tanggal 27 Juni 2022 sampai tanggal 2 Juli 2022, penelitian dilakukan dari pukul 07.00 WIB sampai dengan pukul 12.00 WIB. Sementara itu, pada tanggal 4 Juli sampai tanggal 8 Juli 2022, penelitian dilakukan dari pukul 12.00 WIB sampai dengan pukul 17.00 WIB.

B. Sumber Data

Data yang digunakan dalam penelitian ini adalah data primer yang diperoleh secara langsung dari hasil pengamatan yang dilakukan di bagian registrasi BPJS Center Murni Teguh Memorial Hospital.

C. Metode Pengumpulan Data

Metode penelitian yang digunakan dalam penelitian ini adalah observasi dan wawancara. Observasi dilakukan dengan mengamati langsung antrian pasien di bagian registrasi BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital untuk memperoleh data penelitian, seperti waktu kedatangan pasien, waktu pasien mulai registrasi, waktu pasien selesai registrasi, dan nomor anjungan tempat pasien registrasi. Sementara itu, wawancara dilakukan dengan melakukan tanya jawab dengan petugas yang membantu pelaksanaan registrasi untuk memahami sistem antrian registrasi di BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital.

D. Analisis Data

Setelah data dikumpulkan, akan dilakukan uji kecukupan data untuk menentukan apakah sampel data telah mencukupi. Dalam penelitian ini, uji kecukupan data akan dilakukan dengan menentukan jumlah sampel minimum yang diperlukan menggunakan rumus Slovin, yaitu

$$n = N / (1 + Ne^2), \quad (1)$$

di mana n adalah jumlah sampel yang dibutuhkan, N adalah ukuran populasi penelitian, dan e adalah tingkat signifikansi. Jika n' adalah ukuran sampel observasi dan $n \leq n'$, maka data sudah cukup [9]. Sementara itu, jika $n > n'$, maka data belum mencukupi sehingga perlu dilakukan penambahan data [10].

Jika jumlah kedatangan pasien berdistribusi Poisson dan lama pelayanan pasien berdistribusi eksponensial, maka model (M/M/c) dapat digunakan. Oleh karena itu, setelah uji kecukupan data telah terpenuhi, maka akan dilakukan uji kesesuaian distribusi kedatangan pasien terhadap distribusi Poisson serta uji kesesuaian distribusi waktu pelayanan pasien terhadap distribusi eksponensial dengan menggunakan uji *chi-square*. Berdasarkan referensi [11], uji *chi-square* adalah salah satu uji kesesuaian distribusi yang paling sering digunakan. Uji ini digunakan untuk menentukan apakah suatu distribusi yang diamati dapat diaproksimasi oleh distribusi peluang tertentu, seperti distribusi normal, distribusi Poisson, dan lain-lain. Langkah-langkah yang digunakan untuk melakukan uji kesesuaian distribusi dengan menggunakan uji *chi-square* adalah sebagai berikut.

- 1) Rumuskan hipotesis nol dan hipotesis alternatif

$$H_0 : F = F_0$$

$$H_a : F \neq F_0$$

di mana F_0 adalah fungsi distribusi yang diasumsikan dari distribusi yang diamati

- 2) Partisi data ke dalam k buah kelas atau kategori $[a_{i-1}, a_i]$ yang saling terpisah
Jumlah observasi yang berada di dalam kategori ke- i (frekuensi observasi untuk kategori ke- i) akan dinotasikan dengan f_i , di mana $i = 1, 2, \dots, k$.

- 3) Hitung nilai peluang teoritis untuk semua kategori dengan asumsi fungsi distribusi F_0
 $p_i = F_0(a_i) - F_0(a_{i-1}), i = 1, 2, \dots, k. \quad (2)$

- 4) Hitung frekuensi ekspektasi untuk semua kategori
 $e_i = n p_i, i = 1, 2, \dots, k, \quad (3)$
di mana n adalah ukuran sampel.

- 5) Hitung nilai statistik χ^2 dengan persamaan
 $\chi^2 = \sum_{i=1}^k (f_i - e_i)^2 / e_i \quad (4)$
dengan derajat kebebasan

$$df = k - p - 1, \quad (5)$$

di mana p adalah jumlah parameter yang diestimasi.

- 6) Tolak H_0 jika deviasi antara frekuensi observasi dan frekuensi ekspektasi besar, yaitu jika $\chi^2 \geq \chi^2_{df, \alpha}$,
di mana adalah nilai tabel *chi-square* untuk tingkat signifikansi α . (6)

Pada uji kesesuaian distribusi kedatangan pasien terhadap distribusi Poisson, hipotesis nol uji tersebut adalah kedatangan pasien berdistribusi Poisson. Berdasarkan referensi [12], fungsi peluang dari variabel acak X yang berdistribusi Poisson, yang menyatakan jumlah kejadian yang terjadi dalam suatu interval waktu yang panjangnya t , adalah

$$f(x; \lambda) = [\exp(-\lambda t) * (\lambda t)^x] / x! \quad (7)$$

untuk $x = 0, 1, 2, \dots$, di mana λ adalah parameter lajunya, yaitu rata-rata jumlah kejadian per satuan waktu. Variabel acak Poisson tersebut mempunyai rata-rata dan varians yang sama, yaitu λt .

Kemudian, pada uji kesesuaian distribusi waktu pelayanan pasien terhadap distribusi eksponensial, hipotesis nol uji tersebut adalah waktu pelayanan pasien berdistribusi eksponensial. Suatu variabel acak kontinu X berdistribusi eksponensial dengan parameter μ jika fungsi densitas peluangnya adalah

$$f(x; \mu) = \mu * \exp(-\mu x) \quad (8)$$

untuk $x > 0$, di mana $\mu > 0$. Variabel acak eksponensial tersebut mempunyai rata-rata $1/\mu$ dan varians $1/\mu^2$. Variabel acak tersebut mempunyai fungsi distribusi kumulatif

$$F(x; \mu) = P(X \leq x) = P(0 \leq X \leq x) = 1 - \exp(-\mu x). \quad (9)$$

Oleh karena itu,

$$P(X > x) = \exp(-\mu x). \quad (10)$$

Sementara itu,

$$P(a < X < b) = F(b; \mu) - F(a; \mu) = \exp(-\mu a) - \exp(-\mu b). \quad (11)$$

Jika setelah dilakukan uji kesesuaian distribusi, diperoleh jumlah kedatangan pasien tidak berdistribusi Poisson ataupun waktu pelayanan pasien tidak berdistribusi eksponensial, maka akan dilakukan simulasi menggunakan Arena. Akan tetapi, jika jumlah kedatangan pasien berdistribusi Poisson dan lama pelayanan pasien berdistribusi eksponensial, maka model (M/M/c) dapat digunakan.

Dalam penelitian ini, digunakan notasi Kendall untuk model antrian. Notasi Kendall berbentuk $(a/b/c):(d/e/f)$, di mana

a : distribusi kedatangan,

b : distribusi waktu pelayanan,

c : banyaknya pelayan yang identik,

d : disiplin antrian,

e : jumlah maksimum pelanggan di dalam sistem antrian (berhingga atau tak berhingga), dan

f : ukuran sumber pelanggan (berhingga atau tak berhingga) [13].

Dengan demikian, jika kedatangan pasien berdistribusi Poisson (waktu antarkedatangan berdistribusi eksponensial), maka notasi a yang digunakan adalah M. Demikian juga jika waktu pelayanan pasien berdistribusi eksponensial. Notasi c bernilai suatu bilangan asli yang menyatakan jumlah pelayan / anjungan yang identik yang tersedia. Jika jumlah maksimum pelanggan yang dapat berada di dalam sistem antrian (yang sedang registrasi maupun mengantri untuk registrasi) serta jumlah populasi semua pasien yang registrasi di BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital tidak terbatas, maka notasi e dan

f bernilai ∞ sehingga sistem antrian di bagian registrasi BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital dapat dimodelkan dengan model antrian (M/M/c):(GD/ ∞/∞).

Model antrian (M/M/c):(GD/ ∞/∞) yang akan diterapkan mempunyai syarat yang harus terpenuhi, yaitu sistem antrian yang dimodelkan harus berada dalam kondisi *steady-state*. Tidak semua sistem antrian akan berada dalam kondisi *steady-state* [14]. Oleh karena itu, akan diuji terlebih dahulu apakah sistem antrian di bagian registrasi BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital mencapai kondisi *steady-state*. Andaikan λ adalah laju kedatangan pelanggan dan μ adalah laju pelayanan pelanggan. Jika terdapat c pelayan pada sistem antrian, maka sistem antrian yang akan mencapai kondisi *steady-state* adalah sistem antrian yang memenuhi

$$\rho = \lambda / (c\mu) < 1. \quad (12)$$

Jika $\rho \geq 1$, maka salah satu cara agar sistem antriannya dapat mencapai kondisi *steady-state* adalah dengan menambah jumlah pelayannya sedemikian sehingga $\rho < 1$ [14].

Jika sistem antrian di bagian registrasi BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital berada dalam kondisi *steady-state*, maka selanjutnya, akan dihitung ukuran kinerja sistem antrian tersebut. Dalam penelitian ini, ukuran kinerja sistem antrian yang akan dihitung adalah p_0 (peluang tidak ada pelanggan yang berada di dalam sistem antrian), L_s (rata-rata jumlah pelanggan yang berada di dalam sistem antrian), L_q (rata-rata jumlah pelanggan yang mengantri), W_s (rata-rata lama waktu pelanggan berada di dalam sistem antrian), dan W_q (rata-rata lama waktu pelanggan mengantri).

Pada model antrian (M/M/c), kedatangan pelanggan berdistribusi Poisson dengan laju λ . Kedatangan satu pelanggan independen terhadap kedatangan pelanggan-pelanggan yang sebelumnya. Selain itu, waktu pelayanan pelanggan berdistribusi eksponensial dengan parameter μ dan independen terhadap kedatangan pelanggan. Waktu pelayanan satu pelanggan juga independen terhadap waktu pelayanan pelanggan-pelanggan yang lain [15]. Dalam kondisi *steady-state*, peluang tidak ada pelanggan di dalam sistem antrian adalah

$$p_0 = \frac{1}{\left[\sum_{n=0}^{c-1} \frac{1}{n!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^n \right] + \frac{1}{c!} \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^c \frac{c\mu}{c\mu - \lambda}}, \quad (13)$$

peluang terdapat n pelanggan di dalam sistem antrian adalah

$$p_n = \begin{cases} \frac{r^n}{n!} p_0, & n < c \\ \frac{r^n}{c! c^{n-c}} p_0, & n \geq c, \end{cases} \quad (14)$$

rata-rata jumlah pelanggan yang mengantri adalah

$$L_q = \frac{\lambda \mu \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^c}{(c-1)!(c\mu - \lambda)^2} p_0, \quad (15)$$

rata-rata jumlah pelanggan yang berada di dalam sistem adalah

$$L_s = \frac{\lambda \mu \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^c}{(c-1)!(c\mu - \lambda)^2} p_0 + \frac{\lambda}{\mu}, \quad (16)$$

rata-rata lama waktu pelanggan mengantri adalah

$$W_q = \frac{\mu \left(\frac{\lambda}{\mu} \right)^c}{(c-1)!(c\mu - \lambda)^2} p_0, \quad (17)$$

dan rata-rata lama waktu pelanggan berada di dalam sistem adalah

$$W_s = \frac{\mu \left(\frac{\lambda}{\mu}\right)^c}{(c-1)!(c\mu-\lambda)^2} p_0 + \frac{1}{\mu} \quad (18)$$

[16].

Dalam penelitian ini, akan dihitung ukuran kinerja sistem antrian di bagian BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital per hari. Jika sistem antrian belum optimal, yaitu $W_s > 10$ menit, maka akan dilakukan penambahan anjungan sampai diperoleh sistem antrian yang optimal.

3. HASIL DAN PEMBAHASAN

Pada penelitian ini, model antrian akan diterapkan pada sistem antrian di bagian registrasi BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital untuk menentukan jumlah anjungan yang optimal.

A. Pengumpulan Data

Dari observasi yang dilakukan, diperoleh data jumlah kedatangan yang dapat dilihat pada Tabel 1. Dari tabel tersebut, dapat dilihat bahwa jumlah kedatangan pasien pada hari Sabtu lebih sedikit dibandingkan dengan jumlah kedatangan pasien pada hari Senin sampai hari Jumat. Selain itu, jumlah pasien yang datang pada pukul 12.00 – 17.00 WIB jauh lebih sedikit daripada jumlah pasien yang datang pada pukul 07.00 – 12.00 WIB. Oleh karena itu, data yang diambil dari Sabtu, tanggal 2 Juli 2022 sampai hari Jumat, tanggal 8 Juli 2022 tidak akan digunakan dalam penelitian ini. Dengan demikian, data yang akan dipakai hanyalah data hari Senin sampai Jumat pukul 07.00 – 12.00 WIB.

Tabel 1 Jumlah kedatangan pasien BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital pada tanggal 27 Juni 2022 sampai tanggal 2 Juli 2022 pukul 07.00 – 12.00 WIB dan pada tanggal 4 Juli 2022 sampai tanggal 8 Juli 2022 pukul 12.00 – 17.00 WIB

Pukul	Hari/Tanggal	Jumlah Pasien
07.00 – 12.00 WIB	Senin, 27 Juni 2022	323
	Selasa, 28 Juni 2022	336
	Rabu, 29 Juni 2022	333
	Kamis, 30 Juni 2022	305
	Jumat, 1 Juli 2022	316
	Sabtu, 2 Juli 2022	209
	Senin, 4 Juli 2022	157
12.00 – 17.00 WIB	Selasa, 5 Juli 2022	114
	Rabu, 6 Juli 2022	155
	Kamis, 7 Juli 2022	126
	Jumat, 8 Juli 2022	89
Total		2463

Selain itu, total kedatangan pasien per jam pada tanggal 27 Juni 2022 sampai tanggal 1 Juli 2022 pada pukul 07.00 – 12.00 WIB dapat dilihat pada Tabel 2. Dari tabel tersebut, dapat diketahui bahwa jumlah kedatangan pasien BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital paling banyak pada pukul 08.00 – 09.00 WIB. Sementara itu, pukul 11.00 – 12.00 WIB adalah periode waktu yang memiliki jumlah kedatangan pasien paling sedikit.

Tabel 2 Total kedatangan pasien per jam pada tanggal 27 Juni 2022 sampai tanggal 1 Juli 2022 pada pukul 07.00 – 12.00 WIB

Pukul	Jumlah Kedatangan Pasien
07.00 – 08.00 WIB	261
08.00 – 09.00 WIB	420
09.00 – 10.00 WIB	381
10.00 – 11.00 WIB	322
11.00 – 12.00 WIB	229
Total	1613

B. Uji Kecukupan Data

Berdasarkan hasil wawancara dengan petugas di bagian registrasi BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital, terdapat sekitar 600 pasien yang datang setiap hari untuk registrasi. Karena BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital buka selama 52 hari pada bulan Juni sampai Juli 2022, maka ukuran populasi penelitian ini adalah $N = 600 \text{ orang/hari} \times 52 \text{ hari} = 31200 \text{ orang}$. Dengan melakukan uji kecukupan data dengan tingkat signifikansi 0,05 menggunakan rumus Slovin, diperoleh jumlah sampel minimum yang diperlukan adalah $n = N / (1 + Ne^2) = 31200 / (1 + 31200 \cdot 0,05^2) = 395$. Jumlah sampel yang sudah dikumpulkan adalah $n' = 1613$. Karena $n = 395 < n' = 1613$, maka data sudah mencukupi.

C. Uji Kesesuaian Distribusi

Jika jumlah kedatangan pasien berdistribusi Poisson dan lama pelayanan pasien berdistribusi eksponensial, maka model (M/M/c) dapat digunakan. Oleh karena itu, akan dilakukan uji kesesuaian distribusi pada data jumlah kedatangan dan lama pelayanan pasien dengan uji *chi-square*.

1) Uji distribusi kedatangan pasien terhadap distribusi Poisson

Uji kesesuaian distribusi kedatangan pasien terhadap distribusi Poisson akan dilakukan menggunakan uji *chi-square* dengan tingkat signifikansi 0,05. Rumusan hipotesis untuk uji ini adalah sebagai berikut.

H_0 : kedatangan pasien berdistribusi Poisson

H_a : kedatangan pasien tidak berdistribusi Poisson

Dalam penelitian ini, kedatangan pasien dihitung berdasarkan jumlah pasien yang masuk ke antrian registrasi BPJS tiap 5 menit (Tabel 3). Pada Tabel 3, terdapat frekuensi observasi f dari setiap kategori x . Dari tabel tersebut, diperoleh nilai $\sum fx = 1613$ dan $\sum f = 294$. Dengan demikian, rata-rata kedatangan pasien dalam 5 menit adalah $\bar{x} = \sum fx / \sum f = 1613 / 294 = 5,48639$ pasien.

Tabel 3 Frekuensi observasi kedatangan pasien dalam 5 menit dan perhitungan rata-rata kedatangan pasien dalam 5 menit

Jumlah kedatangan dalam 5 menit (x)	Frekuensi (f)	fx
0	2	0
1	11	11
2	16	32
3	31	93
4	50	200
5	45	225
6	51	306
7	36	252
8	21	168
9	10	90

<i>Jumlah kedatangan dalam 5 menit (x)</i>	<i>Frekuensi (f)</i>	<i>fx</i>
10	10	100
11	7	77
12	2	24
13	1	13
22	1	22
Total	294	1613

Karena rata-rata jumlah pasien yang datang tiap 5 menit adalah $\bar{x} = 5,48639$, maka fungsi peluang kedatangan pasien untuk kategori x adalah $p(x) = [\exp(-5,48639) \cdot (5,48639)^x] / x!$.

Untuk melakukan uji kesesuaian distribusi kedatangan pasien terhadap distribusi Poisson, perlu dihitung nilai frekuensi ekspektasi untuk setiap kategori dengan asumsi bahwa kedatangan pasien berdistribusi Poisson. Perhitungan frekuensi ekspektasi untuk tiap kategori dapat dilihat pada Tabel 4.

Tabel 4 Perhitungan frekuensi ekspektasi kedatangan pasien dengan asumsi kedatangan pasien berdistribusi Poisson dengan rata-rata $\bar{x} = 5,48639$

<i>x</i>	<i>p(x)</i>	<i>e = 294p(x)</i>
0	0,00414	1,21797
1	0,02273	6,68226
2	0,06235	18,33076
3	0,11402	33,52326
4	0,15640	45,98046
5	0,17161	50,45339
6	0,15692	46,13454
7	0,12299	36,15890
8	0,08435	24,79775
9	0,05142	15,11669
10	0,02821	8,29361
11 atau lebih	0,02487	7,31040
Total	1	294

Karena kategori $x = 0$ mempunyai nilai ekspektasi yang lebih kecil dari 5, maka kategori $x = 0$ akan digabungkan dengan kategori $x = 1$ sehingga diperoleh perhitungan nilai statistik uji chi-square yang terdapat di Tabel 5. Dari Tabel 5, diperoleh $\chi^2_{hitung} = 9,75971$.

Tabel 5 Perhitungan nilai statistik uji *chi-square* untuk kedatangan pasien

<i>x</i>	<i>f_i</i>	<i>e_i</i>	<i>f_i - e_i</i>	<i>(f_i - e_i)²</i>	<i>(f_i - e_i)² / e_i</i>
0 atau 1	13	7,900231381	5,099768619	26,00763997	3,292009906
2	16	18,33076234	-2,330762336	5,432453068	0,296357182
3	31	33,52326491	-2,523264908	6,366865794	0,189923798
4	50	45,98046454	4,019535463	16,15666534	0,351381081
5	45	50,45339408	-5,453394081	29,739507	0,589445121
6	51	46,13453778	4,865462215	23,67272257	0,513123653
7	36	36,15889672	-0,158896719	0,025248167	0,000698256
8	21	24,79774677	-3,797746772	14,42288054	0,581620607
9	10	15,11669144	-5,116691437	26,18053126	1,731895592
10	10	8,293613363	1,706386637	2,911755354	0,351084048
11 ke atas	11	7,310396682	3,689603318	13,61317265	1,862166068
Total	294	294	2,39808E-14	159,7981497	9,759705314

Nilai χ^2_{tabel} dapat dilihat di tabel *chi-square*. Untuk menentukan nilai χ^2_{tabel} , perlu ditentukan derajat kebebasan untuk uji tersebut. Untuk uji kesesuaian distribusi Poisson ini, terdapat $k = 11$ kategori. Selain itu, karena data sampel digunakan untuk mengestimasi rata-rata dari distribusi Poisson, maka $p = 1$. Oleh karena itu, terdapat $df = k - p - 1 = 11 - 1 - 1 = 9$ derajat kebebasan. Jadi, dari tabel *chi-square*, diperoleh $\chi^2_{tabel} = 16,91898$.

Karena $\chi^2_{hitung} = 9,75971 < \chi^2_{tabel} = 16,91898$, maka H_0 tidak dapat ditolak. Dengan demikian, dapat diambil kesimpulan bahwa kedatangan pasien di sistem antrian registrasi BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital berdistribusi Poisson.

2) Uji Distribusi Waktu Pelayanan Pasien

Uji kesesuaian distribusi waktu pelayanan pasien terhadap distribusi eksponensial akan dilakukan dengan menggunakan uji *chi-square* dengan tingkat signifikansi 0,05.

Rumusan hipotesisnya untuk uji ini adalah sebagai berikut.

H_0 : waktu pelayanan pasien berdistribusi eksponensial

H_a : waktu pelayanan pasien tidak berdistribusi eksponensial

Dalam penelitian ini, waktu pelayanan pasien akan dibagi ke dalam 6 interval waktu dengan panjang interval masing-masing 2 menit (Tabel 6).

Tabel 6 Tabel frekuensi waktu pelayanan pasien

<i>Interval waktu pelayanan (menit)</i>	<i>frekuensi</i>
<i>[0, 2)</i>	949
<i>[2, 4)</i>	400
<i>[4, 6)</i>	159
<i>[6, 8)</i>	66
<i>[8, 10)</i>	25
<i>[10, 12)</i>	14

Selanjutnya, akan dihitung rata-rata waktu pelayanannya. Pada Tabel 7, terdapat frekuensi observasi f dari setiap interval T . Karena waktu pelayanan adalah variabel kontinu, maka untuk menghitung rata-rata waktu pelayanan pasien, diambil titik tengah x dari tiap interval. Dari tabel tersebut, diperoleh $\Sigma f = 1613$ dan $\Sigma fx = 3785$. Dengan demikian, rata-rata waktu pelayanan pasien adalah $\bar{x} = \Sigma fx / \Sigma f = 3785 / 1613 = 2,34656$ menit/pasien sehingga parameter laju untuk distribusi eksponensial waktu pelayanan pasien adalah $\mu = 1 / \bar{x} = 1 / 2,34656 = 0,42616$ pasien/menit.

Tabel 7 Frekuensi observasi waktu pelayanan pasien untuk tiap interval waktu dan perhitungan rata-rata waktu pelayanan pasien

<i>Waktu pelayanan dalam menit (T)</i>	<i>Titik tengah (x)</i>	<i>Frekuensi(f)</i>	<i>fx</i>
<i>[0, 2)</i>	1	949	949
<i>[2, 4)</i>	3	400	1200
<i>[4, 6)</i>	5	159	795
<i>[6, 8)</i>	7	66	462
<i>[8, 10)</i>	9	25	225
<i>[10, 12)</i>	11	14	154
<i>Total</i>		1613	3785

Peluang untuk interval waktu $[a, b)$ adalah $\exp(-\mu a) - \exp(-\mu b)$, di mana $b < \infty$. Sementara itu, untuk interval waktu $[a, \infty)$, peluangnya adalah $\exp(-\mu a)$. Dengan melakukan substitusi $\mu = 0,42616$ pada fungsi tersebut, diperoleh hasil perhitungan fungsi distribusi peluang waktu pelayanan pasien $F(T)$ untuk setiap interval T (Tabel 8). Untuk melakukan uji kesesuaian distribusi waktu pelayanan pasien terhadap distribusi eksponensial, perlu dihitung nilai frekuensi ekspektasi untuk setiap interval / kategori (e_i) dengan asumsi bahwa waktu pelayanan pasien berdistribusi eksponensial. Hasil perhitungan frekuensi ekspektasi dan uji kesesuaian distribusi ini dapat dilihat pada Tabel 8. Dari Tabel 8, diperoleh $\chi^2_{hitung} = 6,03955$.

Nilai χ^2_{tabel} dapat dilihat di tabel *chi-square*. Untuk menentukan nilai χ^2_{tabel} , perlu ditentukan derajat kebebasan untuk uji tersebut. Untuk uji kesesuaian distribusi eksponensial ini, terdapat $k = 6$ kategori. Selain itu, karena data sampel digunakan untuk mengestimasi parameter laju dari distribusi eksponensial, maka $p = 1$. Oleh karena itu, terdapat $df = k - p - 1 = 6 - 1 - 1 = 4$ derajat kebebasan. Jadi, dari tabel *chi-square*, diperoleh $\chi^2_{tabel} = 9,48772$.

Karena $\chi^2_{hitung} = 6,03955 < \chi^2_{tabel} = 9,48772$, maka H_0 tidak dapat ditolak. Dengan demikian, dapat diambil kesimpulan bahwa waktu pelayanan pasien di sistem antrian registrasi BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital berdistribusi eksponensial.

Tabel 8 Perhitungan nilai statistik uji chi-square untuk waktu pelayanan pasien

T	$F(T)$	f_i	$e_i = 1140F(T)$	$f_i - e_i$	$(f_i - e_i)^2$	$(f_i - e_i)^2 / e_i$
$[0, 2)$	0,57357	949	925,17165	23,82835	567,79045	0,61371
$[2, 4)$	0,24459	400	394,51909	5,480911	30,04039	0,07614
$[4, 6)$	0,10430	159	168,23398	-9,23398	85,26645	0,50683
$[6, 8)$	0,04448	66	71,73968	-5,73968	32,94393	0,45921
$[8, 10)$	0,01897	25	30,59181	-5,59181	31,26832	1,02211
$[10, \infty)$	0,01410	14	22,74379	-8,74379	76,45392	3,36153
Total	1	1613	1613	0	823,76346	6,03955

D. Penentuan Model Antrian

Pada bagian registrasi BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital, terdapat $c > 1$ anjungan untuk melayani pasien. Selain itu, dari hasil uji kesesuaian distribusi, telah diperoleh bahwa kedatangan pasien berdistribusi Poisson dan waktu pelayanan pasien berdistribusi eksponensial. Oleh karena itu, sistem antrian pada bagian registrasi BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital dapat dimodelkan oleh model antrian (M/M/c).

Ukuran populasi pasien yang registrasi di BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital tidak terbatas, yaitu ∞ . Selain itu, panjang antrian yang memungkinkan juga cukup besar sehingga dapat dianggap tak terhingga (∞). Dengan demikian, model antrian yang cocok untuk menganalisis sistem antrian di bagian registrasi BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital adalah model antrian (M/M/c):(GD/ ∞/∞).

E. Ukuran Kinerja Sistem Antrian di Bagian Registrasi BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital

Terdapat 4 anjungan yang tersedia di bagian registrasi BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital. Pada hari Senin, Rabu, Kamis, dan Jumat saat data dikumpulkan, terdapat $c = 3$ anjungan yang dibuka. Sementara itu, pada hari Selasa, terdapat $c = 4$ anjungan yang dibuka. Besar laju kedatangan (λ) dan laju pelayanan (μ) pasien untuk hari Senin sampai hari Jumat pada pukul 07.00 – 12.00 WIB dapat dilihat pada Tabel 9. Dari hasil perhitungan tersebut, diperoleh faktor kegunaan sistem (ρ) untuk hari Senin sampai hari Jumat pada pukul 07.00 – 12.00 WIB yang dapat dilihat juga pada Tabel 9. Karena $\rho < 1$

untuk semua hari tersebut, maka sistem antrian di bagian registrasi BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital akan mencapai kondisi *steady-state*.

Tabel 9 Laju kedatangan dan pelayanan pasien serta faktor kegunaan sistem antrian di bagian registrasi BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital untuk hari Senin sampai hari Jumat

Nilai	Senin	Selasa	Rabu	Kamis	Jumat
λ (pasien/menit)	1,15453	1,123683	1,152316	1,026590	1,067868
μ (pasien/menit)	0,39971	0,386399	0,425931	0,426236	0,478112
ρ	0,96281	0,72702	0,90180	0,80283	0,744503

Dengan menerapkan model antrian (M/M/c):(GD/ ∞/∞), diperoleh ukuran kinerja sistem antrian di bagian registrasi BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital untuk hari Senin sampai Jumat (Tabel 10). Dari Tabel 10, diperoleh rata-rata lama waktu pasien di sistem antrian (W_s) untuk hari Senin sampai Jumat adalah berturut-turut 23,4 menit, 3,7 menit, 8,9 menit, 4,9 menit, dan 3,6 menit.

Tabel 10 Ukuran kinerja sistem antrian di bagian registrasi BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital

Ukuran kinerja sistem	Senin $c = 3$	Selasa $c = 4$	Rabu $c = 3$	Kamis $c = 3$	Jumat $c = 3$
p_0	0,00862	0,04319	0,024406	0,055190	0,076947
L_q (pasien/menit)	24,08549	1,25574	7,53286	2,654078	1,629671
L_s (pasien/menit)	26,97391	4,16384	10,23827	5,062579	3,863181
W_q (menit/pasien)	20,86173	1,11752	6,53715	2,585334	1,526098
W_s (menit/pasien)	23,36354	3,70553	8,88495	4,931452	3,617658

Berdasarkan kriteria sistem antrian optimal yang telah ditetapkan, yaitu rata-rata lama waktu pasien di sistem antriannya (W_s) tidak melebihi 10 menit, diperoleh kesimpulan bahwa sistem antrian di bagian registrasi BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital sudah optimal pada hari Selasa sampai hari Jumat karena $3,7 \leq 10$, $8,9 \leq 10$, $4,9 \leq 10$, dan $3,6 \leq 10$. Sementara itu, sistem antrian di bagian registrasi BPJS Centre Murni Teguh belum optimal pada hari Senin karena $23,4 > 10$.

F. Rekomendasi

Karena sistem antrian pada hari Senin dengan 3 anjungan yang dibuka belum optimal, maka akan dilakukan penambahan anjungan. Setelah anjungannya ditambahkan menjadi 4, diperoleh faktor kegunaan sistemnya adalah $\rho = 0,72210$ (Tabel 11) sehingga sistem antrian akan mencapai kondisi *steady-state*. Selain itu, diperoleh rata-rata lama waktu pasien di sistem adalah 3,5 menit (Tabel 11). Rata-rata lama waktu pasien berada di sistem tidak melebihi 10 menit. Jadi, sistem antrian registrasi BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital pada pukul 07.00 – 12.00 WIB optimal pada hari Senin jika terdapat 4 anjungan. Sementara itu, sistem antrian registrasi BPJS tersebut pada pukul 07.00 – 12.00 WIB optimal pada hari Selasa jika terdapat 4 anjungan dan optimal pada hari Rabu sampai Jumat jika terdapat 3 anjungan.

Tabel 11 Ukuran kinerja sistem antrian rekomendasi di bagian registrasi BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital

Ukuran kinerja sistem	Senin $c = 4$	Selasa $c = 4$	Rabu $c = 3$	Kamis $c = 3$	Jumat $c = 3$
p_0	0,72210	0,72702	0,90180	0,80283	0,744503
L_q (pasien/menit)	0,04442	0,04319	0,024406	0,055190	0,076947
L_s (pasien/menit)	1,20462	1,25574	7,53286	2,654078	1,629671
W_q (menit/pasien)	4,09304	4,16384	10,23827	5,062579	3,863181
W_s (menit/pasien)	1,04339	1,11752	6,53715	2,585334	1,526098
ρ	3,54520	3,70553	8,88495	4,931452	3,617658

Pada BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital, terdapat 4 anjungan yang tersedia. Dengan mengasumsikan semua anjungan tersebut identik, diperoleh bahwa jumlah anjungan yang optimal untuk bagian registrasi BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital pada pukul 07.00 – 12.00 WIB adalah 4 anjungan untuk hari Senin dan Selasa serta 3 anjungan untuk hari Rabu, Kamis, dan Jumat. Ini menunjukkan bahwa tidak perlu ada penambahan jumlah anjungan pada BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital. Hasil ini dapat disebabkan oleh beberapa faktor, seperti waktu pengambilan data dilakukan, asumsi bahwa laju kedatangan pasien sama untuk setiap saat, serta asumsi bahwa semua anjungan identik.

Karena pengambilan data dilakukan pada tanggal 27 Juni 2022 sampai tanggal 1 Juli 2022, maka hasil penelitian ini hanya mewakili periode waktu tersebut. Jumlah anjungan yang optimal pada pukul 07.00 – 12.00 WIB untuk periode waktu yang lain dapat saja berbeda. Sebagai contoh, jumlah anjungan yang optimal pada bulan Oktober dapat saja lebih banyak daripada yang pada bulan Juni karena bulan Oktober adalah musim pancaroba sehingga menyebabkan terjadinya lebih banyak pasien BPJS yang ingin registrasi. Selain itu, pada Tabel 2, dapat dilihat bahwa jumlah kedatangan pasien dalam tiap jam tidaklah sama. Dari hari Senin, tanggal 27 Juni 2022 sampai hari Jumat, tanggal 1 Juli 2022, jumlah kedatangan yang terjadi pada pukul 08.00 – 09.00 WIB mencapai 420 pasien, sedangkan jumlah kedatangan pada pukul 11.00 – 12.00 WIB hanyalah 229 pasien. Ini dapat saja mempengaruhi perhitungan ukuran kinerja sistem antrian. Demikian pula jika diasumsikan semua anjungan identik, yaitu asumsi bahwa semua anjungan mempunyai laju pelayanan yang sama.

Dari hasil penelitian yang diperoleh, dapat disimpulkan bahwa jika pihak BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital menjadwalkan kedatangan pasien sehingga jumlah kedatangan pasien sama untuk tiap jam, serta tidak membedakan tipe anjungan sesuai keperluan pasien, maka sistem antrian di bagian registrasi BPJS pada pukul 07.00 – 12.00 WIB dapat saja optimal tanpa perlu menambah jumlah anjungan yang ada.

4. KESIMPULAN

- 1) Pada BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital, telah tersedia 4 anjungan. Dengan mengasumsikan semua anjungan identik, jumlah anjungan optimal yang diperoleh untuk bagian registrasi BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital untuk pukul 07.00 sampai dengan pukul 12.00 selama bulan Juni sampai bulan Juli 2022 adalah 4 anjungan untuk hari Senin dan Selasa serta 3 anjungan untuk hari Rabu, Kamis, dan Jumat.
- 2) Berdasarkan penerapan model antrian $(M/M/c):(GD/\infty/\infty)$, tidak perlu ada penambahan jumlah anjungan di bagian registrasi BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital pada pukul 07.00 – 12.00 WIB. Hal ini dapat disebabkan oleh beberapa faktor yang dapat mempengaruhi perhitungan ukuran kinerja sistem antrian, seperti waktu pengambilan data serta asumsi yang digunakan dalam perhitungan, seperti asumsi bahwa laju kedatangan pelanggan sama setiap saat dan laju pelayanan tiap anjungan sama (semua anjungan identik).
- 3) BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital dapat mempertimbangkan cara untuk mencegah antrian menjadi panjang dengan membuka 4 anjungan pada hari Senin dan Selasa serta 3 anjungan pada hari Rabu sampai Jumat di bagian registrasi pada pukul 07.00 – 12.00 WIB. Pihak BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital dapat menjadwalkan kedatangan pasien sehingga jumlah kedatangan pasien sama untuk tiap jam. Selain itu, pihak BPJS Centre Murni Teguh Memorial Hospital juga dapat membuat semua anjungan identik sehingga masing-masing anjungan dapat melayani semua jenis pasien. Diharapkan pasien tidak perlu menunggu lama untuk registrasi.

REFERENSI

- [1] Pradana, J. A. (2021). Utility 1 Server on Queue Service (Study: Bank Account Number Conversion). *Airlangga Journal Innovation Management*, 2(2): 187-193.
- [2] Panday, R., Hartati, A. S., & Navanti, D. (2019). Queue Systems Evaluation of Fast Food Industrial. *Journal Inovasi Bisnis dan Manajemen Indonesia*, 3(1): 17-26.
- [3] Wardono, Mariani, S., & Hidayah, N. (2014). Analysis of the Queueing Theory and Its Application on the System of the National Bank Customers in Queue. *International Journal of Education and Research*, 2(10): 503-514.
- [4] Ahmad, A., & Mashuri, M. (2016). Analisis Sistem Antrian Kapal Pengangkut Barang di Pelabuhan Tanjung Perak Surabaya. *Jurnal Sains dan Seni ITS*, 5(1): 96-102.
- [5] Septiani, A. S., Wigati, P. A., & Fatmasari, E. Y. (2017). Gambaran Sistem Antrian Pasien dalam Optimasi Pelayanan di Loket Pendaftaran Instalasi Rawat Jalan Rumah Sakit Umum Pusat Fatmawati. *Jurnal Kesehatan Masyarakat*, 5(4): 1-14.
- [6] Mumpuni, D., Irawanto, B., & Sunarsih (2014). Optimalisasi Sistem Antrian Pelanggan pada Pelayanan Teller di Kantor Pos (Studi Kasus pada Kantor Pos Cabang Sukorejo Kendal). *Jurnal Ilmiah S1 Matematika FSM Universitas Diponegoro*, 3(4): 1-7.
- [7] Hall, R. W. (2013). *Patient Flow: Reducing Delay in Healthcare Delivery*. New York, NY: Springer New York.
- [8] Menteri Kesehatan Republik Indonesia (2008). Peraturan Menteri Kesehatan RI Nomor 129/Menkes/SK/II/2008 tentang Standar Pelayanan Minimal Rumah Sakit. Jakarta: Menkes RI.
- [9] Khoirunnisa, G., & Martini, N. (2021). Analisis Sistem Antrian di Dinas Kependudukan dan Pencatatan Sipil Kabupaten Karawang. *Jurnal Ilmiah Ekonomi Masa Kini*, 12(1):42-50.
- [10] Muti, A. A., Sari, T. N., & Ahmad, N. H. (2022). Determinasi Patokan Waktu Pabrikasi dengan Stopwatch Time Study (Studi Kasus Cemilan SBR). *Jurnal Rekayasa Sistem Industri*, 8(1): 36-40.
- [11] Dodge, Y. (2008). *The Concise Encyclopedia of Statistics*. New York, NY: Springer New York.
- [12] Walpole, R. E., Myers, R. H., Myers, S. L., & Ye, K. (2012). *Probability & Statistics for Engineers & Scientists* (9th ed). Boston: Pearson Education, Inc.
- [13] Aminah, S., Aritonang, M., & Sulistianingsih, E. (2015). Analisis Antrian Multi Channel Multi Phase pada Antrian Pembuatan Surat Izin Mengemudi dengan Model Antrian (M/M/c):(GD/∞/∞). *Buletin Ilmiah Matematika, Statistika dan Terapannya (Bimaster)*, 4(2): 127-134.
- [14] Putri, A. H. M., Subekti, R., & Binatari, N. (2017). The Completion of Non-Steady-State Queue Model on The Queue System in Dr. Yap Eye Hospital Yogyakarta. *Journal of Physics: Conference Series*, 855, 1-15.
- [15] Hillier, F. S., Lieberman, G. J. (2010). *Introduction to Operations Research* (9th ed). New York, NY: McGraw-Hill.
- [16] Sani, A., Djafar, M. K., Jufra, & Budiman, H. (2023). Analisis Sistem Antrian Multi Channel Single Phase Service pada Stasiun Pengisian Bahan Bakar Umum (SPBU) Pasarwajo. *Jurnal Matematika, Komputasi dan Statistika*, 3(1): 271-280.